

文章编号:1000-8055(2013)12-2781-09

航空发动机转子一种振动跳跃问题 及其工程控制的分岔分析

陈会征, 陈予恕

(哈尔滨工业大学 航天学院, 哈尔滨 150001)

摘 要: 为研究带挤压油膜阻尼器的航空发动机转子的振动跳跃问题,采用弹性支承的刚性转子模型,结合短轴承 π 油膜的油膜力模型,建立了系统的动力学方程.采用平均法和非线性动力学中的 Chen-Langford (C-L)方法得到了关于轴承系数和转子偏心量参数平面内的转迁集,转迁集将参数平面划分为三个区域,不同区域内具有不同的分岔模式,其中区域 I 为无跳跃现象的理想区域.通过一带有“软特性”非线性特性的附加结构,可以增加区域 I 的范围,减小跳跃区域,扩展了系统的参数优选范围.

关 键 词: 航空发动机转子; 挤压油膜阻尼器; 振动跳跃; C-L 方法; 分岔

中图分类号: V231.96

文献标志码: A

Analysis on bifurcation of a vibration jumping and engineering control in aero-engine rotor

CHEN Hui-zheng, CHEN Yu-shu

(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: To investigate the problem of vibration jumping in the aero-engine with squeeze film damper, the aero-engine rotor was simplified as a rigid-rotor with elastic-support. Dynamic equations of the system were established according to the oil-film force model, which were obtained by short bearing approximation and π -film assumption. The transition set of system was obtained by averaging method and Chen-Langford (C-L) method. The parametric plane of bearing coefficient and eccentricity coefficient was divided into three different regions by the transition set. Given different characteristics of bifurcation in each region, the region I is an ideal region without jumping phenomenon. Then, an additional structure with “soft characteristic” of nonlinearity could expand the ideal region I, decrease the jumping interval and broaden the range of optimization parameter selection.

Key words: aero-engine rotor; squeeze film damper; vibration jump; C-L method; bifurcation

航空发动机结构复杂,在工作中会受到各种激振力的影响,其振动问题非常突出^[1].挤压油膜阻尼器是一类应用于航空发动机上的减振装置,具有体积小、质量轻的特点,但由于其具有非线性

特征^[2],会使系统产生跳跃滞后、分岔、概周期运动、混沌运动等复杂动力学行为^[3-4].

关于挤压油膜阻尼器-转子系统参数对动力学行为的影响,相关学者已经做了大量的研究工

收稿日期:2012-11-09

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20131111.1602.020.html>

基金项目:国家自然科学基金重点项目(10632040)

作者简介:陈会征(1986-),男,天津人,博士生,主要从事非线性振动、非线性动力学研究.

作. 焦映厚等^[5]利用三个参数的油膜力数据库, 研究了特定参数范围内的亚谐、概周期和混沌等运动, 研究了从同步周期运动分岔发生一系列倍周期运动, 最后导致转子-轴承系统混沌运动的过程. 孟光等^[6]研究了柔性转子-非同心型挤压油膜阻尼器系统在偏心激励下响应的分岔和混沌行为, 指出响应进入混沌的道路主要有: 周期倍化分岔、拟周期分岔、阵发性进入混沌; 系统退出混沌的道路主要有: 周期倍化分岔和拟周期分岔. 林富生等^[7]研究了挤压油膜阻尼器支承的单盘转子系统的碰摩特性, 研究发现系统响应不再具有典型的碰摩分岔, 系统在高转速区以拟周期的方式进入混沌而在低转速区则有多种进入混沌的通道. HE 等^[8]研究了支承在挤压油膜阻尼器上裂纹转子系统的动态响应特性, 讨论了轴承参数、转速比、裂纹深度等参数的变化对系统非协调响应和混沌运动的影响以及响应进入混沌的路径. 王红瑾等^[9]研究了带挤压油膜阻尼器的双盘转子的参数变化对系统响应的影响. 祝长生等^[10]通过实验研究了油膜径向间隙、不平衡量、定心弹簧刚度等参数对转子-挤压油膜阻尼器系统跳跃现象的影响. 夏南等^[11]通过分析柔性转子-挤压油膜阻尼器系统的响应曲线, 得到了一些避免系统出现跳跃现象的参数组合.

为了改善挤压油膜阻尼器的工作特性, 学者们提出了多种改进的挤压油膜阻尼器结构. 祝长生^[12]提出了动静压挤压油膜阻尼器, 可通过油槽中的节流阀改善油膜力的非线性特征. 张世平、晏砺堂^[13]提出了多孔环挤压油膜阻尼器, 通过一带有渗透特性的油膜外环来改善油膜的流体力学边界条件. 弹性环式挤压油膜阻尼器^[14]采用带有凸台的弹性环将油膜分隔成分段区域, 由流体动压和弹性环变形共同决定油膜力的特性, 减弱了油膜力非线性变化的趋势. 赵杰等^[15]提出了一种可动外环式挤压油膜阻尼器结构, 利用刚度的串联组合改善等效支承刚度, 使其基本处于线性区域, 从而抑制跳跃现象的发生. 祝长生^[16]提出一种主动控制的锥形挤压油膜阻尼器, 可以调节间隙从而改变油膜的工作特性.

航空发动机振动跳跃现象, 有时会对其安全运行带来严重危害. 本文利用非线性动力学中的C-L方法, 讨论参数对挤压油膜器-转子系统分岔特性的影响, 得到了避免出现滞后跳跃的区域. 利用一带有“软特性”非线性特性的附加结构, 使得该理想区域进一步扩大, 从而扩展系统的参数优

选范围.

1 模型建立与理论分析

根据文献[17]的描述, 将航空发动机转子简化为如图1所示的弹性支承刚性转子, 其中一端为弹性支承并联挤压油膜阻尼器, 另一端为只有弹性支承.

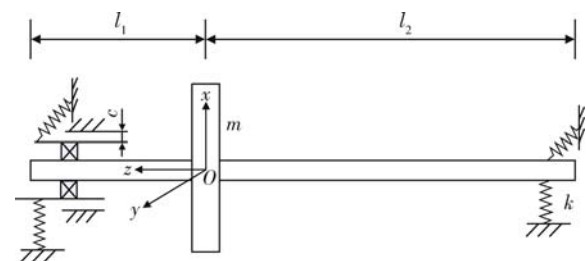


图1 挤压油膜阻尼器-发动机转子模型

Fig. 1 Model of squeeze film damper-engine rotor

图1中 k 为 x, y 两方向的弹簧刚度; l_1 为转盘到支承左端距离; l_2 为转盘到支承右端距离; c 为油膜间隙. 油膜力采用经典的短轴承 π 油膜模型, 即

$$F_r = \frac{\mu R L^3}{c^2} (I_2 \dot{\psi} r + I_1 \dot{r}) \quad (1a)$$

$$F_t = \frac{\mu R L^3}{c^2} (I_3 \dot{\psi} r + I_2 \dot{r}) \quad (1b)$$

其中 $r = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$ 为油膜轴颈的径向位移; $\psi = \arctan(y_1/x_1)$ 为油膜轴颈的周向角位移; μ 为滑油的动力黏度; R 为轴颈半径; L 为阻尼器的长度; I_1, I_2, I_3 为与轴颈位置相关的变量; 分别表示为

$$I_1 = \int_{\theta_1}^{\theta_1+\pi} \frac{\cos^2 \theta}{(1 + r \cos \theta)^3} d\theta$$

$$I_2 = \int_{\theta_1}^{\theta_1+\pi} \frac{\sin \theta \cos \theta}{(1 + r \cos \theta)^3} d\theta$$

$$I_3 = \int_{\theta_1}^{\theta_1+\pi} \frac{\sin^2 \theta}{(1 + r \cos \theta)^3} d\theta$$

其中 $\theta_1 = \arctan\left(-\frac{\dot{r}}{r\dot{\psi}}\right)$.

根据牛顿第二定律, 建立如下动力学方程:

$$m\ddot{x} + c'(\dot{x}_1 + \dot{x}_2) + \frac{k}{2}x_1 + \frac{k}{2}x_2 +$$

$$F_r \frac{x_1}{r} - F_t \frac{y_1}{r} = m\omega^2 \cos \omega t \quad (2a)$$

$$m\ddot{y} + c'(\dot{y}_1 + \dot{y}_2) + \frac{k}{2}y_1 + \frac{k}{2}y_2 +$$

$$F_r \frac{y_1}{r} + F_t \frac{x_1}{r} = m\omega^2 \sin \omega t \quad (2b)$$

$$J_d \ddot{\theta}_x + J_p \omega \dot{\theta}_y - c' \dot{y}_1 l_1 + c' \dot{y}_2 l_2 - \frac{k}{2} y_1 l_1 + \frac{k}{2} y_2 l_2 - \left[F_r \frac{y_1}{r} + F_t \frac{x_1}{r} \right] l_1 = 0 \quad (2c)$$

$$J_d \ddot{\theta}_y - J_p \omega \dot{\theta}_x + c' \dot{x}_1 l_1 - c' \dot{x}_2 l_2 + \frac{k}{2} x_1 l_1 - \frac{k}{2} x_2 l_2 + \left[F_r \frac{x_1}{r} - F_t \frac{y_1}{r} \right] l_1 = 0 \quad (2d)$$

其中 m 为转子在转盘处的等效质量; J_d, J_p 分别为转子的等效赤道转动惯量和极转动惯量; c' 表示支承阻尼; e 为转子偏心量; x_1, y_1, x_2, y_2 分别为两端轴颈在 xOy 平面内的位移, 分别表示为

$$x_1 = x + \theta_y l_1, \quad y_1 = y - \theta_x l_1 \\ x_2 = x - \theta_y l_2, \quad y_2 = y + \theta_x l_2$$

令 $\omega_c = \frac{k}{m}$, 定义无量纲变量

$$\tau = \omega_c t, \quad q_1 = \frac{x}{c}, \quad q_2 = \frac{y}{c}, \\ q_3 = \frac{\theta_x l_1}{c}, \quad q_4 = \frac{\theta_y l_1}{c}$$

对方程进行无量纲化, 并考虑阻尼、非线性因素及陀螺效应的影响为小量的情况, 可得

$$q_1'' + \frac{1}{2} [2q_1 + \epsilon(1-\gamma)q_4] + \epsilon B (I_1 \psi' r + I_3 r') \frac{X_1}{r} + \frac{1}{2} \epsilon \zeta [2q_1' + \epsilon(1-\gamma)q_4'] - \epsilon B (I_2 \psi' r + I_1 r') \frac{Y_1}{r} = \epsilon U \Omega^2 \cos \Omega \tau \quad (3a)$$

$$q_2'' + \frac{1}{2} [2q_2 + (\gamma-1)q_3] + \epsilon B (I_1 \psi' r + I_3 r') \frac{Y_1}{r} + \frac{1}{2} \epsilon \zeta [2q_2' + (\gamma-1)q_3'] + \epsilon B (I_2 \psi' r + I_1 r') \frac{X_1}{r} = \epsilon U \Omega^2 \sin \Omega \tau \quad (3b)$$

$$\epsilon q_3'' - \epsilon^2 \beta_1 (I_1 \psi' r + I_3 r') \frac{Y_1}{r} - \epsilon^2 \beta_1 (I_2 \psi' r + I_1 r') \frac{X_1}{r} + \epsilon \eta \Omega q_4' - \epsilon \alpha_1 (q_2 - \epsilon q_3) + \epsilon \alpha_2 (q_2 + \epsilon \gamma q_3) - \epsilon^2 \xi_1 (q_2' - \epsilon q_3') + \epsilon^2 \xi_2 (q_2' + \epsilon \gamma q_3') = 0 \quad (3c)$$

$$\epsilon q_4'' + \epsilon^2 \beta_1 (I_1 \psi' r + I_3 r') \frac{X_1}{r} - \epsilon^2 \beta_1 (I_2 \psi' r + I_1 r') \frac{Y_1}{r} - \epsilon \eta \Omega q_3' + \epsilon \alpha_1 (q_1 + \epsilon q_4) - \epsilon \alpha_2 (q_1 - \epsilon \gamma q_4) + \epsilon^2 \xi_1 (q_1' + \epsilon q_4') - \epsilon^2 \xi_2 (q_1' - \epsilon \gamma q_4') = 0 \quad (3d)$$

其中

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_c}, \quad U = \frac{e}{c}, \quad \zeta = \frac{2c'}{m\omega_c}, \\ B = \frac{\mu R L^3}{m c^3 \omega_c}, \quad \eta = \frac{J_p}{J_d}, \quad \xi_1 = \frac{c' l_1^2}{J_d \omega_c}, \\ \xi_2 = \frac{c' l_1 l_2}{J_d \omega_c}, \quad \alpha_1 = \frac{k l_1^2}{2 J_d \omega_c^2}, \quad \alpha_2 = \frac{k l_1 l_2}{2 J_d \omega_c^2}, \\ \beta_1 = \frac{\mu R L^3 l_1^2}{J_d \omega_c^3}, \quad X_1 = q_1 + \epsilon q_4, \quad Y_1 = q_2 - \epsilon q_3, \\ X_2 = q_1 - \epsilon \gamma q_4, \quad Y_2 = q_2 + \epsilon \gamma q_3, \quad \gamma = l_2 / l_1.$$

系统的参数见表 1^[17-18].

显然, 当 $\epsilon = 0$ 时, 派生方程只含与 q_1, q_2 有关的项, 在求解 1 阶近似解时, 只考虑这两个方向即可。

根据文献[19], 转子在主共振转速区内轨迹近似于圆轨迹, 可根据派生方程设解为

$$\begin{cases} q_1 = a \cos(\Omega \tau + \theta) \\ q_2 = a \sin(\Omega \tau + \theta + \epsilon \delta) \\ q_1' = -a \sin(\Omega \tau + \theta) \\ q_2' = a \cos(\Omega \tau + \theta + \epsilon \delta) \end{cases} \quad (4)$$

式中 a 表示无量纲振幅. 同时 I_1, I_2, I_3 可近似表示为

$$I_1 = \frac{2a}{(1-a^2)^2}, \quad I_2 = \frac{\pi}{2(1-a^2)^{3/2}}, \quad I_3 = \frac{\pi(1+2a^2)}{2(1-a^2)^{5/2}}$$

表 1 转子系统与阻尼器参数

Table 1 Parameters of rotor system and damper

$m/$ kg	$k/10^6$ (N/m)	$J_d/$ (kg · m ²)	$e/$ 10 ⁻⁶ m	$J_p/$ (kg · m ²)	$l_1/$ m	$l_2/$ m	$c'/$ (N · s/m)	$c/$ 10 ⁻⁴ m	$R/$ m	$L/$ m	$\mu/10^{-4}$ (N · s/m ²)
37.62	5.4	4.51	6.65	9.01	0.804	1.038	16.2	2.5	0.055	0.015	9.84

采用平均法,可求得

$$\frac{da}{d\tau} = -\frac{\varepsilon}{2} \left[a\zeta\Omega + \frac{\pi Ba}{2(1-a^2)^{3/2}} + U\Omega^2 \sin\theta \right] \quad (5)$$

$$a \frac{d\theta}{d\tau} = \varepsilon \left[a\sigma + \frac{Ba^2}{(1-a^2)^2} + \frac{U\Omega^2}{2} \cos\theta \right] \quad (6)$$

令等式右端等于0,消去 θ 得

$$\left[a\zeta\Omega + \frac{\pi Ba}{2(1-a^2)^{3/2}} \right]^2 + \left[2a\sigma + \frac{2Ba^2}{(1-a^2)^2} \right]^2 = U^2\Omega^4 \quad (7)$$

选取不同的轴承系数 B ,可得到不同形式的幅频特性曲线,如图2、图3所示。

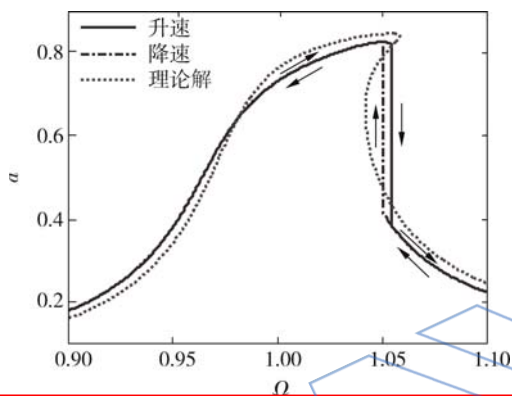


图2 $B=0.005$ 时幅频曲线

Fig. 2 Amplitude-frequency curves ($B=0.005$)

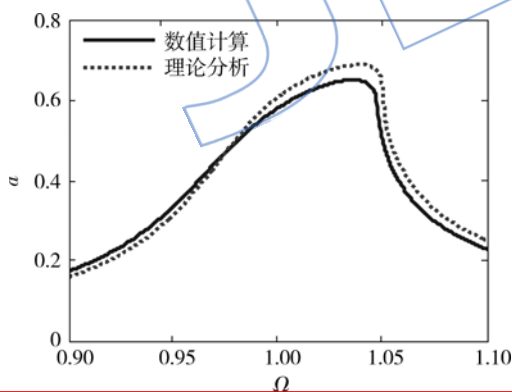


图3 $B=0.015$ 时幅频曲线

Fig. 3 Amplitude-frequency curves ($B=0.015$)

图2中转子升速和降速通过临界转速时会发生跳跃现象,在跳跃区内存在两个稳定状态,而图3中则没有这种现象。从图中可以看出,理论分析与数值计算结果基本是符合的,定性性质是一致的。为了进一步讨论参数与跳跃现象的关系,需要进行奇异性分析。

由式(7),令 $\lambda = \Omega$, $\alpha = U^2$, $\beta = B$, 则分岔方

程为

$$\mathbf{G} = -\alpha\lambda^4 + a^2 \left[\zeta\lambda + \frac{\beta\pi}{2(1-a^2)^{3/2}} \right]^2 + 4a^2 \left[1 - \lambda + \frac{Ba}{(1-a^2)^2} \right]^2 \quad (8)$$

利用奇异性理论^[20],可得到

分岔集

$$\mathbf{B} = \{(\alpha, \beta) \in \mathbf{R}^2 \mid \mathbf{G} = \mathbf{G}_a = \mathbf{G}_\lambda = 0\}$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_a = & 2 \left[\zeta\lambda + \frac{\pi\beta}{2(1-a^2)^{3/2}} + \frac{3\pi\beta a^2}{2(1-a^2)^{5/2}} \right] \times \\ & \left[a\zeta\lambda + \frac{\pi\beta a}{2(1-a^2)^{3/2}} \right] + \\ & 8 \left[1 - \lambda + \frac{2\beta a}{(1-a^2)^2} + \frac{4\beta a^3}{(1-a^2)^3} \right] \times \\ & \left[a(1-\lambda) + \frac{\beta a^2}{(1-a^2)^2} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_\lambda = & -4a\lambda^3 + 2\zeta a \left[\zeta\lambda a + \frac{\beta\pi a}{2(1-a^2)^{3/2}} - \right. \\ & \left. 8a^2 \left[(1-\lambda) + \frac{\beta a}{(1-a^2)^2} \right] \right] \end{aligned} \quad (10)$$

滞后集

$$\mathbf{H} = \{(\alpha, \beta) \in \mathbf{R}^2 \mid \mathbf{G} = \mathbf{G}_a = \mathbf{G}_{aa} = 0\}$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{aa} = & 2 \left[\zeta\lambda + \frac{\beta\pi}{2(1-a^2)^{3/2}} + \frac{3\pi\beta a^2}{2(1-a^2)^{5/2}} \right]^2 + \\ & 8 \left[1 - \lambda + \frac{2\beta a}{(1-a^2)^2} + \frac{4\beta a^3}{(1-a^2)^3} \right]^2 + \\ & 16 \left[\frac{1}{(1-a^2)^2} + \frac{10a^2}{(1-a^2)^3} + \frac{12a^4}{(1-a^2)^4} \right] \times \\ & \beta \left[a(1-\lambda) + \frac{\beta a^2}{(1-a^2)^2} \right] + \\ & 3\pi\beta \left[a\zeta\lambda + \frac{\beta\pi a}{2(1-a^2)^{3/2}} \right] \times \\ & \left[\frac{3a}{(1-a^2)^{5/2}} + \frac{5a^3}{(1-a^2)^{7/2}} \right] \end{aligned} \quad (11)$$

双极限点集 $\mathbf{D} = \emptyset$ 。

转迁集为 $\Sigma = \mathbf{B} \cup \mathbf{H}$, 如图4所示,它们将参数 (α, β) 平面分成3个子区域,在不同的子区域上具有不同的分岔模式(图5~图7)。

参数 α 与 β 分别对应实际系统中的不平衡量与阻尼器轴承系数,讨论参数平面内的分岔特性有助于指导实际系统的设计和改进。

参数域I内分岔曲线平稳,是理想的设计参数范围,此区域内的参数组合可以避免跳跃现象

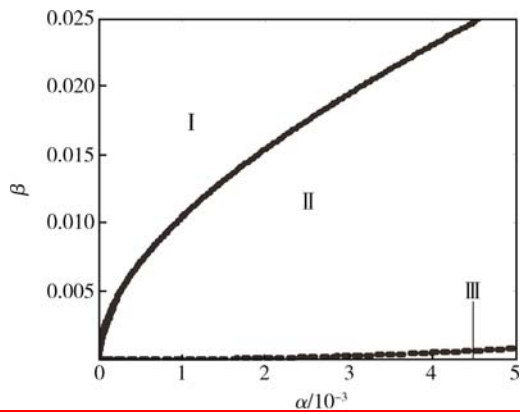
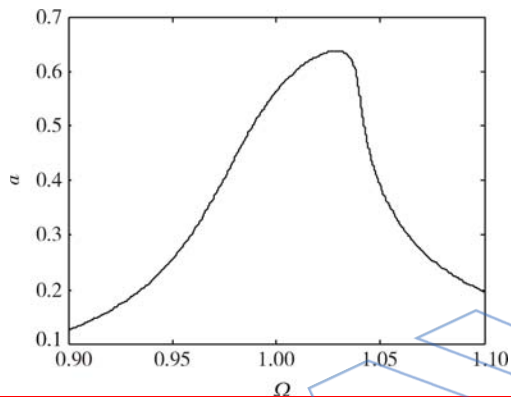
图 4 G 的变迁集Fig. 4 Transition of G 

图 5 区域 I 分岔图

Fig. 5 Bifurcation diagram of I

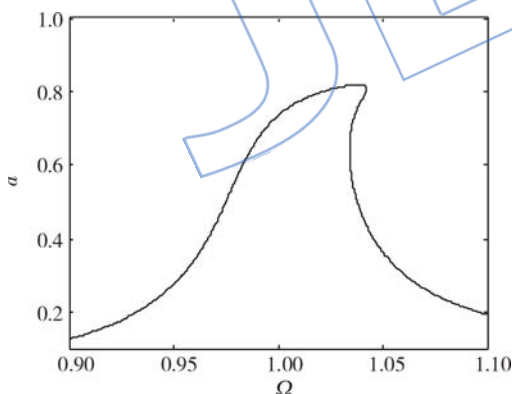


图 6 区域 II 分岔图

Fig. 6 Bifurcation diagram of II

的发生,在边界处,当不平衡量增大时,需要适当增大阻尼器轴承系数以保持系统平稳运行。

参数域 II 内分岔曲线出现滞后区,会产生跳跃现象,设计参数应避免选取此区域,若阻尼器实际的工作参数在此区域内,应采用适当的技术手段进行调整,适当增大轴承系数,使参数进入区域 I 的理想范围。

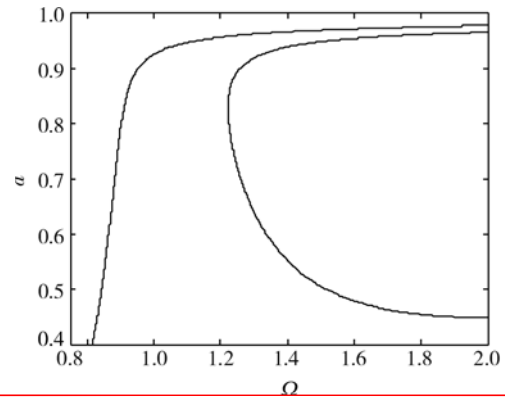


图 7 区域 III 分岔图

Fig. 7 Bifurcation diagram of III

参数域 III 内分岔曲线变为两支,此时,阻尼器轴承系数很小,偏心量相对较大,转子可能出现过不了临界转速的情况,承受扰动后可能会出现大幅跳跃,这种情况非常不利于系统运行,因此,控制不平衡量也有很重要的意义。

2 加入附加结构后的影响

通过上述分析可知,当幅频曲线出现跳跃现象时,表现的是一种硬特性弹簧的行为,本文通过一种简单的带有软弹簧特性的附加结构(如图 8 所示)来对系统的分岔行为进行改进,从而达到控制跳跃行为的目的。

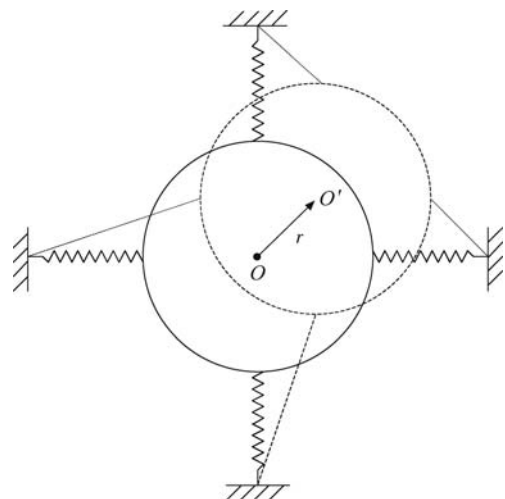


图 8 附加结构示意图

Fig. 8 Schematic diagram of additional structure

在阻尼器的轴承外环上分别在 x 方向与 y 方向连接刚度为 K_t 的弹性元件,当轴颈从 O 点运动到 O' 点时,弹性元件发生变形,其在水平和竖直方向回复力的分量表现为非线性形式

$$F_{tx} = 4K_t x + \frac{K_t l(l-x)}{\sqrt{(l-x)^2 + y^2}} - \frac{K_t l(l+x)}{\sqrt{(l+x)^2 + y^2}} - \frac{K_t lx}{\sqrt{(l-y)^2 + x^2}} - \frac{K_t lx}{\sqrt{(l+y)^2 + x^2}} \quad (12)$$

$$F_{ty} = 4K_t y + \frac{K_t l(l-y)}{\sqrt{(l-y)^2 + x^2}} - \frac{K_t l(l+y)}{\sqrt{(l+y)^2 + x^2}} - \frac{K_t ly}{\sqrt{(l-x)^2 + y^2}} - \frac{K_t ly}{\sqrt{(l+x)^2 + y^2}} \quad (13)$$

对 x, y 作二元展开, 忽略高次项, 可得

$$F_{tx} = 2K_t x + \frac{K_t}{l^2} x^3 - \frac{4K_t}{l^2} xy^2 \quad (14)$$

$$F_{ty} = 2K_t y + \frac{K_t}{l^2} y^3 - \frac{4K_t}{l^2} x^2 y \quad (15)$$

根据式(3a)~式(3d), 令

$$\omega_c^2 = \frac{k + 2K_t}{m}, \quad a_0 = \frac{(1-\gamma)k + 2K_t}{m\omega_c^2},$$

$$a'_0 = \frac{(\gamma-1)k + 2K_t}{m\omega_c^2}, \quad \kappa = \frac{K_t l^2}{m\omega_c^2 c^2}$$

可得到系统无量纲化方程为

$$\begin{aligned} q_1'' + \frac{1}{2} \epsilon \zeta [2q_1' + \epsilon(1-\gamma)q_1'] + \\ q_1 + \epsilon a_0 q_1 + \epsilon B(I_1 \phi' r + I_3 r') \frac{X_1}{r} - \\ \epsilon B(I_2 \phi' r + I_1 r') \frac{Y_1}{r} + \epsilon \kappa (q_1 + \epsilon q_4)^3 - \\ 4\epsilon \kappa (q_1 + \epsilon q_4)(q_2 - \epsilon \gamma q_3)^2 = \epsilon U \Omega^2 \cos \Omega \tau \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} q_2'' + \frac{1}{2} \epsilon \zeta [2q_2' + \epsilon(\gamma-1)q_2'] + \\ q_2 + \epsilon a'_0 q_2 + \epsilon B(I_1 \phi' r + I_3 r') \frac{Y_1}{r} + \\ \epsilon B(I_2 \phi' r + I_1 r') \frac{X_1}{r} + \epsilon \kappa (q_2 - \epsilon q_3)^3 - \\ 4\epsilon \kappa (q_1 + \epsilon q_4)^2 (q_2 - \epsilon q_3) = \epsilon U \Omega^2 \sin \Omega \tau \end{aligned} \quad (17)$$

按照平均法求解为

$$\frac{da}{d\tau} = -\frac{\epsilon}{2} \left[a \zeta \Omega + \frac{\pi B a}{2(1-a^2)^{3/2}} + U \Omega^2 \sin \theta \right] \quad (18)$$

$$a \frac{d\theta}{d\tau} = \frac{\epsilon}{2} \left[2a\sigma + \frac{2BK a^2}{(1-a^2)^2} - \frac{\kappa a^3}{4} + U \Omega^2 \cos \theta \right] \quad (19)$$

令等式右端等于0, 消去 θ , 得

$$\left[a \zeta \Omega + \frac{\pi B a}{2(1-a^2)^{3/2}} \right]^2 +$$

$$\left[2a\sigma + \frac{2Ba^2}{(1-a^2)^2} - \frac{\kappa a^3}{4} \right]^2 = U^2 \Omega^4 \quad (20)$$

由式(20), 令 $\lambda = \Omega, \alpha = U^2, \beta = B$ 则系统分岔方程为

$$\begin{aligned} G = 4a^2 \left[1 - \lambda + \frac{Ba}{(1-a^2)^2} - \frac{1}{8} \kappa a^2 \right]^2 - \\ \alpha \lambda^4 + a^2 \left[\zeta \lambda + \frac{\beta \pi}{2(1-a^2)^{3/2}} \right]^2 = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

按照奇异性理论, 可求得

分岔集

$$\mathbf{B} = \{(\alpha, \beta) \in \mathbf{R}^2 \mid G = G_a = G_\lambda = 0\}$$

其中

$$\begin{aligned} G_a = 8 \left[1 - \lambda + \frac{2\beta a}{(1-a^2)^2} + \frac{4\beta a^3}{(1-a^2)^3} - \frac{3\kappa a^2}{8} \right] \times \\ \left[a(1-\lambda) + \frac{\beta a^2}{(1-a^2)^2} - \frac{\kappa a^3}{8} \right] + \\ 2 \left[\zeta \lambda + \frac{\pi \beta}{2(1-a^2)^{3/2}} + \frac{3\pi \beta a^2}{2(1-a^2)^{5/2}} \right] \times \\ \left[a \zeta \lambda + \frac{\pi \beta a}{2(1-a^2)^{3/2}} \right] \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} G_\lambda = -4\alpha \lambda^3 + 2\zeta a \left[\zeta \lambda a + \frac{\beta \pi a}{2(1-a^2)^{3/2}} \right] - \\ 8a^2 \left[(1-\lambda) + \frac{\beta a}{(1-a^2)^2} - \frac{\kappa a^2}{8} \right] \end{aligned} \quad (23)$$

滞后集

$$\mathbf{H} = \{(\alpha, \beta) \in \mathbf{R}^2 \mid G = G_a = G_{aa} = 0\}$$

其中

$$\begin{aligned} G_{aa} = 3\beta \pi \left[a \zeta \lambda + \frac{\beta \pi a}{2(1-a^2)^{3/2}} \right] \times \\ \left[\frac{3a}{(1-a^2)^{5/2}} + \frac{5a^3}{(1-a^2)^{7/2}} \right] + \\ 16 \left[\frac{\beta}{(1-a^2)^2} + \frac{10\beta a^2}{(1-a^2)^3} + \frac{12\beta a^4}{(1-a^2)^4} - \frac{3\kappa a}{8} \right] \times \\ \left[a(1-\lambda) + \frac{\beta a^2}{(1-a^2)^2} - \frac{\kappa a^3}{8} \right] + \\ 8 \left[1 - \lambda + \frac{2\beta a}{(1-a^2)^2} + \frac{4\beta a^3}{(1-a^2)^3} - \frac{3\kappa a^2}{8} \right]^2 + \\ 2 \left[\zeta \lambda + \frac{\beta \pi}{2(1-a^2)^{3/2}} + \frac{3\pi \beta a^2}{2(1-a^2)^{5/2}} \right]^2 \end{aligned} \quad (24)$$

双极限点集 $\mathbf{D} = \emptyset$

变迁集为 $\mathbf{\Sigma} = \mathbf{B} \cup \mathbf{H}$, 如图9所示, 它们将参数 (α, β) 平面分成3个子区域, 在不同的子区域

上具有不同的分岔模式(图 10~图 12).

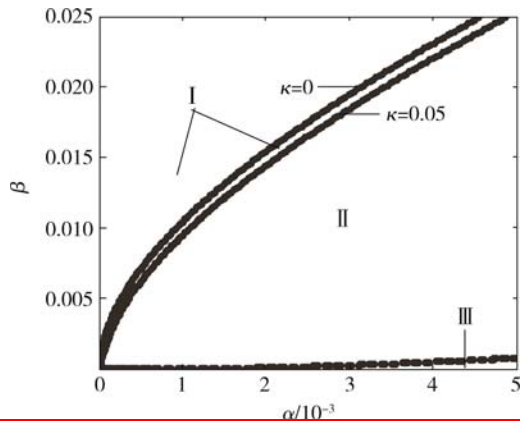


图 9 G 的变迁集 ($\kappa=0.05$)

Fig. 9 Transition of G ($\kappa=0.05$)

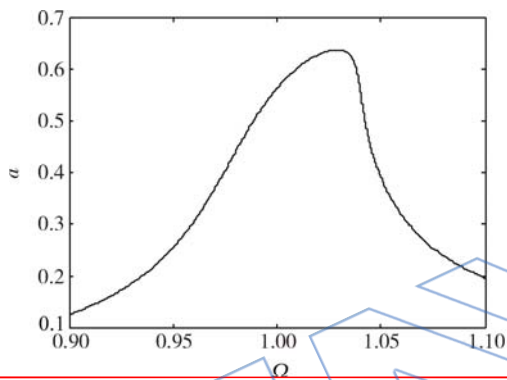


图 10 区域 I 分岔图 ($\kappa=0.05$)

Fig. 10 Bifurcation diagram of I ($\kappa=0.05$)

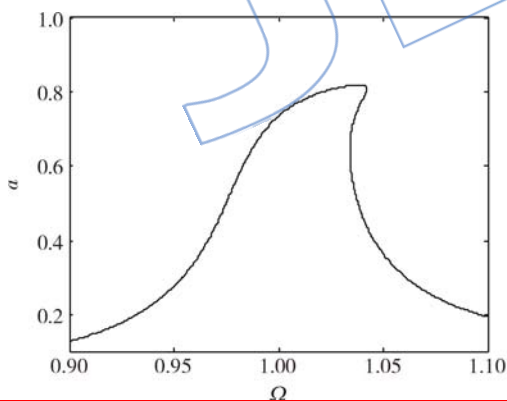


图 11 区域 II 分岔图 ($\kappa=0.05$)

Fig. 11 Bifurcation diagram of II ($\kappa=0.05$)

图 9 中 $\kappa=0$ 表示未加附加结构时滞后集曲线, $\kappa=0.05$ 表示加入了附加结构的滞后集曲线, 两条曲线中间的区域为加入附加结构后跳跃现象完全消失的参数区域. 加入附加结构的系统, I, II, III 区域的分岔模式与原系统保持一致, 避免出现跳跃现象的理想区域 I 得到了扩大, 即原系统中会引起跳跃现象的不平衡量和阻尼器轴承

系数的参数组合, 在加入附加结构之后, 将不会引发跳跃现象.

在加入附加结构之后, 由原系统 II 区变为 I 区的参数范围内, 附加结构对系统跳跃行为的影响如图 13、图 14 所示. 图 14 中可见, 增加附加结

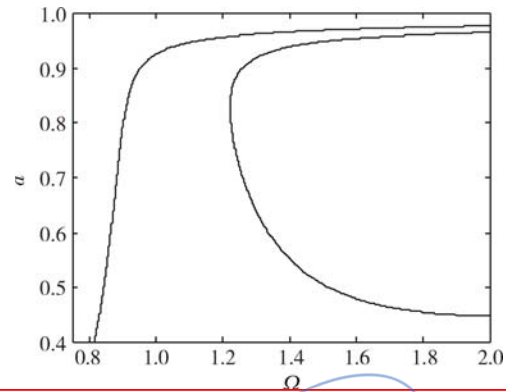


图 12 区域 III 分岔图 ($\kappa=0.05$)

Fig. 12 Bifurcation diagram of III ($\kappa=0.05$)

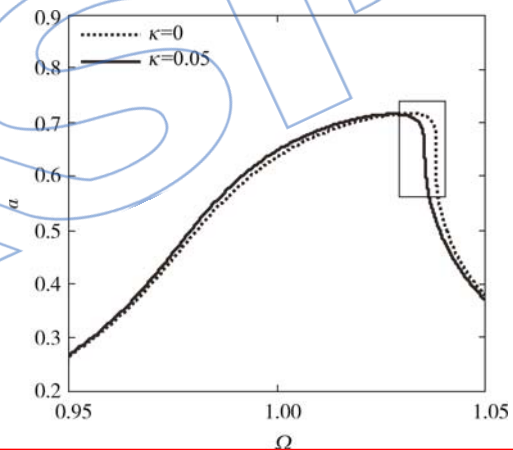


图 13 加入附加结构前后幅频曲线对比

Fig. 13 Amplitude-frequency curve contrast with and without additional structure

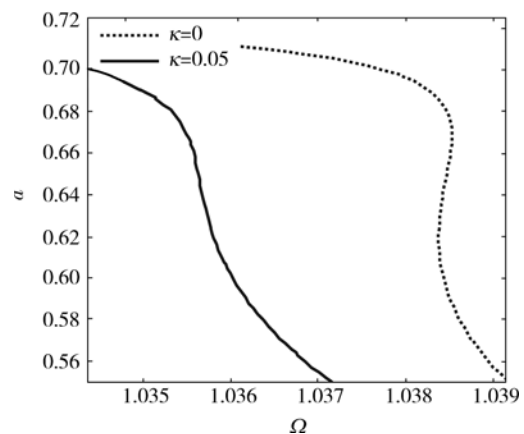


图 14 图 13 的局部放大

Fig. 14 Enlarged partial of Fig. 13

构之后,原系统中的多解跳跃区域消失了,幅频曲线变为单调曲线,转子系统可以平稳运行。

在依然存在跳跃的区域Ⅱ内,加入附加结构也可以适当的影响幅频曲线的形状,减小出现跳跃现象的频率范围,如图15所示。

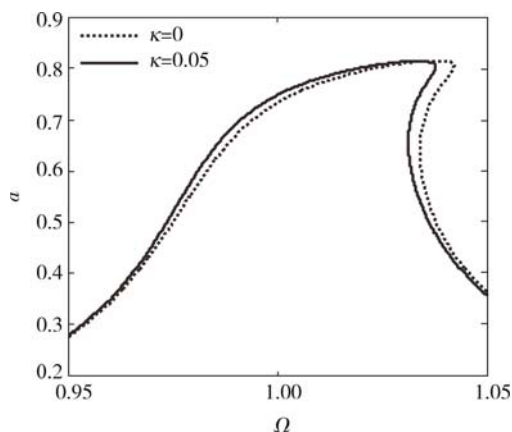


图15 跳跃区内加入附加结构前后幅频曲线对比
Fig. 15 Amplitude-frequency curve contrast with and without additional structure in jumping region

3 结 论

本文通过建立弹支刚性转子-挤压油膜阻尼器的动力学模型,采用平均法求解系统参数间的关系,推导出系统的分岔方程。通过对分岔方程研究,得到了转迁集以及对应区域的分岔图,得到不同区域内参数与系统动力学行为的关系,从而为选取避免跳跃现象的参数范围提供了理论依据。并且通过对加入附加结构的系统进行理论分析,结果表明:附加结构可以适当的改善系统的动力学特性,减小跳跃区域,可以作为控制系统跳跃现象的一种方案。

参考文献:

- [1] 陈予恕,张华彪. 航空发动机整机动力学研究进展与展望[J]. 航空学报, 2011, 32(8): 1371-1391.
CHEN Yushu, ZHANG Huabiao. Review and prospect on the research of dynamics of complete aero-engine systems[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32(8): 1371-1391. (in Chinese)
- [2] 孟光,薛中擎. 带挤压油膜阻尼器的柔性转子非线性响应的Duffing特性分析[J]. 航空动力学报, 1989, 4(2): 173-178.
MENG Guang, XUE Zhongqing. Study on nonlinear Duffing characteristics of flexible rotor with SFDB[J]. Journal of Aerospace Power, 1989, 4(2): 173-178. (in Chinese)
- [3] 孟光. 非线性柔性转子-同心型挤压油膜阻尼器系统稳态及双稳态响应的稳定性分析[J]. 航空学报, 1990, 11(7): 333-340.
MENG Guang. Stability analysis on the steady state and bistable responses of flexible rotor supported in squeezed film dampers[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1990, 11(7): 333-340. (in Chinese)
- [4] 祝长生. 非线性挤压油膜阻尼器柔性转子系统中的周期分叉特性[J]. 振动工程学报, 1997, 10(3): 343-349.
ZHU Changsheng. Periodic bifurcation behaviors of the flexible rotor system with nonlinear squeeze film damper[J]. Journal of Vibration Engineering, 1997, 10(3): 343-349. (in Chinese)
- [5] 焦映厚,陈照波,夏松波,等. 非线性挤压油膜阻尼器-转子系统周期解的分叉及稳定性分析[J]. 机械科学与技术, 2004, 23(7): 879-882.
JIAO Yinghou, CHEN Zhaobo, XIA Songbo, et al. Period solution bifurcation and stability analysis of nonlinear squeeze film damper rotor system[J]. Mechanical Science and Technology, 2004, 23(7): 879-882. (in Chinese)
- [6] 孟光,夏南. 多自由度强非线性柔性转子-挤压油膜阻尼器系统的分叉与混沌响应[J]. 航空学报, 2003, 24(1): 42-45.
MENG Guang, XIA Nan. Bifurcation and chaos responses of a flexible rotor-squeeze film damper system[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2003, 24(1): 42-45. (in Chinese)
- [7] 林富生,张韬,孟光. 挤压油膜阻尼器-碰摩转子系统的非线性特性研究[J]. 振动与冲击, 2004, 23(1): 12-16.
LIN Fusheng, ZHANG Tao, MENG Guang. Nonlinear characteristics of the rub-impact response of a rotor system supported on squeeze film dampers[J]. Journal of Vibration and Shock, 2004, 23(1): 12-16. (in Chinese)
- [8] HE Erming, REN Xingmin, QIN Weiyang. Chaotic response of cracked rotor supported on squeeze film damper and the routes to chaos[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2002, 15(3): 145-149.
- [9] 王红瑾,秦卫阳,杨树林,等. 带挤压油膜阻尼器双盘转子的参数变化对系统响应的影响[J]. 航空动力学报, 2009, 24(11): 2545-2550.
WANG Hongjin, QIN Weiyang, YANG Shulin, et al. Response of two-disk rotor with squeeze film dampers and its variation with parameters[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(11): 2545-2550. (in Chinese)
- [10] 祝长生,冯心海. 柔性转子-挤压油膜阻尼器系统双稳态特性的实验研究[J]. 航空动力学报, 1988, 3(2): 105-108.
ZHU Changsheng, FENG Xinhai. An experimental investigation on the bistable behaviors of a flexible rotor-squeeze film damper system[J]. Journal of Aerospace Power, 1988, 3(2): 105-108. (in Chinese)
- [11] 夏南,孟光,范彦斌. 双盘悬臂柔性转子-同心型挤压油膜阻尼器系统关于稳态圆响应的参数优选[J]. 应用力学学报, 2000, 17(2): 51-55.
XIA Nan, MENG Guang, FAN Yanbin. The optimum parameters selection of a over-hung flexible rotor with two disks supported on centralized squeeze film damper[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2000, 17(2): 51-55.

- (in Chinese)
- [12] 祝长生. 新型动静压挤压油膜阻尼器对转子系统振动的控制能力[J]. 航空学报, 1996, 17(2): 227-233.
ZHU Changsheng. Ability of an advanced hybrid squeeze film damper to control rotor system vibration[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1996, 17(2): 227-233. (in Chinese)
- [13] 张世平, 晏砺堂. 高效油膜阻尼器的研究与开发[J]. 航空动力学报, 1991, 6(2): 180-184.
ZHANG Shiping, YAN Litang. Development of an efficient oil film damper for improving the control of rotor vibration[J]. Journal of Aerospace Power, 1991, 6(2): 180-184. (in Chinese)
- [14] 洪杰, 邓吟, 张大义. 弹性环式挤压油膜阻尼器动力设计方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2006, 32(6): 649-653.
HONG Jie, DENG Yin, ZHANG Dayi. Dynamic design method of elastic ring squeeze film damper[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2006, 32(6): 649-653. (in Chinese)
- [15] 赵杰, 晏砺堂, 朱梓根, 等. 新型可动外环挤压油膜阻尼器减振特性研究[J]. 航空动力学报, 1998, 13(4): 353-356.
ZHAO Jie, YAN Litang, ZHU Zigen, et al. Vibration control of a new movable outer-ring squeeze film damper[J]. Journal of Aerospace Power, 1998, 13(4): 353-356. (in Chinese)
- [16] 祝长生. 锥形挤压油膜阻尼器转子系统的动力特性[J]. 机械科学与技术, 1996, 15(6): 947-951.
ZHU Changsheng. The steady state responses of conical squeeze film damper supporting rotors[J]. Mechanical Science and Technology, 1996, 15(6): 947-951. (in Chinese)
- [17] 张华彪, 陈予恕, 李军. 弹性支承-刚性转子系统同步全周碰摩的分岔响应[J]. 应用数学和力学, 2012, 33(7): 812-826.
ZHANG Huabiao, CHEN Yushu, LI Jun. Bifurcation on the synchronous full annular rub of a rigid-rotor elastic-support system[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2012, 33(7): 812-826. (in Chinese)
- [18] 刘方杰. 挤压油膜阻尼器减振技术[J]. 机械制造, 1989, (12): 13-16.
LIU Fangjie. Vibration-reducing technology for squeeze film damper[J]. Machinery, 1989(12): 13-16. (in Chinese)
- [19] 祝长生. 带定心弹簧的挤压油膜阻尼器柔性转子系统主共振型双稳态特性[J]. 航空动力学报, 1990, 5(1): 53-56.
ZHU Changsheng. The behavior of main bistable operation in flexible rotor-squeeze film damper system with centralizing springs[J]. Journal of Aerospace Power, 1990, 5(1): 53-56. (in Chinese)
- [20] 陈予恕. 非线性振动系统的分叉和混沌理论[M]. 北京: 高等教育出版社, 1993: 148-167.